

Physik-Abitur 2006 – Aufgabe III d

Albert Einstein schreibt im Jahre 1905:

„Die [... Wellen]theorie des Lichtes hat sich zur Darstellung der rein optischen Phänomene vortrefflich bewährt und wird wohl nie durch eine andere Theorie ersetzt werden. Es ist jedoch im Auge zu behalten, dass sich die optischen Beobachtungen auf zeitliche Mittelwerte, nicht aber auf Momentanwerte beziehen, ...“

(Albert Einstein: „Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden Gesichtspunkt“ in Annalen der Physik, 1905, S. 132–148.)

- Erläutern Sie die Aussage Einsteins (letzter Satz) mit Hilfe der Quantentheorie am Beispiel eines Doppelspaltexperimentes mit Licht.

In einer Experimentbeschreibung heißt es:

„Bei diesem Experiment wird monochromatisches Licht verwendet.“

- Übertragen Sie diese Aussage auf ein entsprechendes Experiment mit Elektronen. Begründen Sie Ihre Übertragung.

Offizielle Lösungshinweise

Erläuterung der Aussage Einsteins:

Es ist nicht möglich, vorherzusagen, wo das nächste Photon auf den Schirm auftreffen wird. Dazu müsste man seine Momentanwerte von Ort und Geschwindigkeit exakt angeben können. Das ist nicht möglich (vgl. auch Heisenberg'sche Unschärferelation). Man kann lediglich Wahrscheinlichkeiten dafür angeben, dass das nächste Photon an einer bestimmten Stelle auftreffen wird.

Bei einer optischen Beobachtung werden sehr viele Photonen registriert. Dabei treffen die Photonen bevorzugt an wahrscheinlichen Stellen auf (große Helligkeit) aber auch – wenn auch weniger häufig – an anderen Stellen. Die sich daraus ergebende Häufigkeitsverteilung entspricht der Intensitätsverteilung, die man bei der Beugungerscheinung erhält.

Übertragung des Begriffs "monochromatisch" auf Elektronen:

Monochromatisch bedeutet, dass das Licht nur aus einer Wellenlänge besteht. Nach der de-Broglie-Beziehung, die z.B. aus der Elektronenbeugung folgt, ist $\lambda = h / p$. Da h eine Naturkonstante ist, bedeutet dies übertragen auf Elektronen, dass die Elektronen alle den gleichen Impuls p haben müssen. Das bedeutet aber insbesondere eine einheitliche Geschwindigkeit ($p = m \cdot v$). Auf Elektronen übertragen würde die Aussage also lauten: „Bei diesem Experiment werden Elektronen mit gleicher Geschwindigkeit verwendet.“

Operatorendefinitionen aus den EPA

erläutern: einen Sachverhalt durch zusätzliche Informationen veranschaulichen und verständlich machen

übertragen: in EPA nicht definiert

begründen/zeigen: Sachverhalte auf Regeln, Gesetzmäßigkeiten bzw. kausale Zusammenhänge zurückführen

Aufgabe III d – Schülerlösung 1*

Raum für Korrekturen

Nach der Quantentheorie besteht Licht aus einzelnen Quanten, Photonen. Für jeden Ort auf einem Schirm gibt es eine Wahrscheinlichkeit für die ein Photon dort lokalisiert. Bei einem Maximum, ist die Wahrscheinlichkeit für eine Lokalisation groß, so dass hier viele Photonen lokalisieren und ein heller Fleck entsteht. Bei einem Minimum ist dies genau andersherum. Selbst wenn man den Laser so einstellen könnte, dass pro Sekunde nur ein einziges Photon den Doppelspalt passieren würde, und so gegenseitige Interferenz ausgeschlossen werden kann, könnte man den Ort jeder Photonenlokalisierung speichern. Und in ein Diagramm übernehmen nach einigen Stunden hätte man ein Schaubild mit Minima und Maxima. Daraus kann man schlussfolgern, dass die Minima und Maxima nicht das Produkt von Interferenzen von Wellen ist, sondern aufgrund der Wahrscheinlichkeit von Photonenlokalisationen entstehen. Also ein heller Fleck nur die Anzahl der Photonenlokalisierung anzeigt aber nicht ob gerade in diesem Moment ein Photon lokalisiert oder nicht.

Wird kein monochromatisches Licht verwendet, kann man ein Farbspektrum erkennen, bzw. falls die unterschiedliche Wellenlänge eingeschränkt ist das Maximum einer Farbe. Da aber für die Winkel unter denen ein Maximum auftritt gilt

$$\sin \alpha = \frac{k \cdot \lambda}{g} \text{ und } \lambda \text{ bei nichtmonochromatischem Licht variiert}$$

werden die Maxima verwaschen. Das Versuchsergebnis wird verfälscht.

Dies lässt sich auch auf Elektronen oder andere Mikroobjekte übertragen. Elektronen zeigen bei einem Doppelspaltversuch ebenfalls Interferenzerscheinungen. Die Lage der Maxima lässt

sich auch mit $\sin \alpha = \frac{k \cdot \lambda}{g}$ beschreiben. So dass wie bei Licht es

wichtig ist, dass λ relativ konstant bleibt. Aus $p = mc$, $W = hf$, $W = mc^2$ und $c = \lambda \cdot f$ folgt $p = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{p}$. Aus dieser Gleichung wird klar,

dass die Elektronen für ein konstantes λ einen konstanten Impuls benötigen. Sie also wegen $p = \sqrt{2emU}$ mit einer konstanten Spannung beschleunigt werden müssen, damit ein sauberes Interferenzbild auf dem Schirm zu beobachten ist.

* Vielen Dank an Wolfgang Zeh, der die fiktiven Schülerantworten zur Verfügung gestellt hat.

Aufgabe III d – Schülerlösung 2

Raum für Korrekturen

[Skizze Doppelspalt, Intensitätsverteilung, Impulsunschärfe]

Wenn man ein einzelnes Photon beobachtet, können wir nicht genau sagen, durch welchen Spalt es gehen wird und wo es am Ende auf den Schirm auftreffen wird.

Für ein einzelnes Objekt kann man also nicht sagen wo es auftreffen wird, jedoch ist dies für eine Vielzahl von Objekten möglich. Diese werden sich bei diesem Versuch dann stochastisch verteilen, dass wir ein Interferenzmuster mit Minima und Maxima sehen können. Dabei kann insgesamt eine Wahrscheinlichkeitsdichte für jeden Punkt auf dem Schirm berechnen werden.

Auch Heisenberg hat dies bewiesen und gesagt, dass einem Quantenobjekt nicht gleichzeitig ein genauer Ortswert und ein genauer Impuls zugewiesen werden kann.

Somit lässt sich auch beim einzelnen Objekt keine Flugbahn berechnen (s. Skizze). Er hat dabei errechnet, dass im Durchschnitt wieder gilt $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h$.

Explizit heißt das hier für diesen Fall: Wenn wir zwei Standbilder kurz nacheinander aufnehmen würden von den aufgetroffenen Photonen so werden diese nicht gleich aussehen, sondern erst wenn man viele solcher Standbilder übereinander lagern würde, wäre das uns sichtbare Interferenzmuster zu erkennen.

Monochromatisch bedeutet, dass nur Licht einer Farbe, also auch einer Wellenlänge verwendet wird.

Dies ist auch sinnvoll, damit bei den Versuchen, bei denen das Interferenzmuster ja von der wellenlänge abhängt nicht verwischt wird.

Also sollten auch die Elektronen alle dieselbe Wellenlänge haben. Nach de Broglie lässt sich jedem Quantenobjekt die Wellenlänge

$\lambda = \frac{h}{p}$ zuordnen. D.h. die Elektronen sollten alle denselben Impuls

haben. Weil $p = m \cdot v$ ist und die Elektronen alle gleich schwer sind kann man auch sagen sie sollen dieselbe Geschwindigkeit haben. Übertragen hieße es also: „Bei diesem Experiment werden Elektronen mit gleicher Geschwindigkeit verwendet.“

Aufgabe III d – Schülerlösung 3

Raum für Korrekturen

Zur Errechnung des Interferenzmuster beim Doppelspalt, betrachtet man Licht als reine Welle. Nach der Quantentheorie besteht Licht aber aus Photonen, d.h. aus Mikroobjekten, die nacheinander auf den Doppelspalt treffen. Es gibt also nicht zwei „Elementarwellen“, die miteinander interferieren können: Die Mikroobjekte müssen also „mit sich selbst“ interferieren.

Der theoretische Momentanwert wäre nach Einstein der Weg und der Auftreffort eines Photons. Der Weg kann aber ohne Ausschluss der Interferenz (Komplementarität) nicht determiniert werden. Die Einzelprozesse erfolgen zufällig. Unsere Beobachtungen sind also nur zeitliche Mittelwerte, d.h. das reproduzierbare stochastische Verhalten von vielen Einzelprozessen. Der Doppelspalt mit Licht liefert deshalb, wenn man Licht als kontinuierliche Welle betrachtet, die erwarteten und errechneten Ergebnisse, da diese Interferenzmuster sich mit dem der Wahrscheinlichkeitswellen für die Auftreffpunkt der Photonen, also der Mikroobjekte, deckt. Sehr viele Photonen verlassen in einer Sekunde den Laser (auch wenn der Strahl sehr dünn ist), dass für unser „träges Auge“ und für die meisten (nicht extrem aufwendigen) Messverfahren nur zeitliche Mittelwerte erkennbar sind. Daher genügt nach Einstein für rein optische Phänomene der Wellencharakter des Lichts, aber z.B. für die Prozesse des Fotoeffekts nicht, da hier die Quantentheorie eine tragende Rolle spielt.

Spricht man von monochromatischem Licht ist Licht genau einer einheitliche Wellenlänge gemeint.

„Monochromatische“ Elektronen müssten in diesem Experiment also alle dieselbe Energie haben, denn nur so hätten sie denselben Impuls und damit eine einheitliche de-Broglie-Wellenlänge:

$$W_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v \text{ einsetzen in } \lambda = \frac{h}{m_e \cdot v}$$

Aufgabe III d – Schülerlösung 4

Raum für Korrekturen

Dieser Aussage liegt zu Grunde, dass in der Quantenphysik eine Vorhersage über Einzelereignisse nicht möglich ist. Die Ergebnisse sind prinzipiell zufällig. Es lässt sich lediglich bei häufiger Wiederholung ein statistisches Verhalten ermitteln.

Auf den Doppelspalt bezogen bedeutet dies:

Betrachtet man ein einzelnes Photon, so kann nicht gesagt werden an welcher Stelle es auf den Detektor auftrifft. Bestrahlt man den Doppelspalt aber mit einer Vielzahl von Photonen gleichzeitig, so ergibt sich ein Muster, das vorhergesagt hätte werden können (dieses Ergebnis kann abgesehen von statistischen Ungenauigkeiten an anderer Stelle wiederholt werden), da sich eine statistische Verteilung der Elektronen ergibt. Daher handelt es sich bei dem von uns wahrgenommenen Bild um den Mittelwert und keine Momentaufnahme.

Nach de Broglie kann jedem Teilchen, das Masse und eine Geschwindigkeit hat ein Impuls und somit eine Wellenlänge zugeordnet werden. Somit besteht eine große Ähnlichkeit in der Theorie von Licht und Elektronen, auf diese Art von Experiment bezogen.

Die Übertragung des Satzes lautet:

„Bei diesem Experiment werden gleich schnelle Elektronen verwendet.“

Nur wenn die Elektronen die gleiche Geschwindigkeit haben, haben sie auch die gleiche Wellenlänge, was der Bedingung monochromatisch bei Licht entspricht. $\lambda = \frac{h}{p}$ mit $p = m \cdot v$

Aufgabe III d – Schülerlösung 5

Raum für Korrekturen

Wenn wir uns einen Doppelspalt mit Lichtquanten vorstellen so könne wir nicht für ein Quant vorhersagen welchen Spalt es durchlaufen wird und welchen nicht.

Nur wenn wir über eine Zeit hinweg den Versuch ablaufen lassen und sich die Lichtquanten stochastisch auf einen, parallel zum Spalt aufgestellten Schirm verteilen, können wir anhand der aufgetroffenen Teilchen eine Wahrscheinlichkeitsverteilung bezüglich der Bewegung erstellen. Wenn wir allerdings jeweils einen Sensor vor jeweils einer Spaltöffnung platzieren würden, könnten wir im Nachhinein, nachdem man den Durchlauf mittels des Sensor bestätigt, sagen durch welche Öffnung das Quant geflogen sein wird.

Nur durch eine Vielzahl von Einzelprozessen können wir Wahrscheinlichkeitsaussagen über Quanten machen. Dabei ist ein Verhalten eines Einzelobjekts nicht vorhersagbar.

Nach de Broglie und seinen Untersuchungen von Elektronen, können wir auch Interferenzerscheinungen bei Elektronen

beobachten. Sie besitzen laut de Broglie den Impuls $p = \frac{h}{\lambda}$. Also

ordnen wir Elektronen ein Wellenlänge zu. Beschleunigen wir nun die Elektronen mit einer Beschleunigungsspannung und lassen sie einen Doppelspalt durchlaufen, so erkennen wir das Interferenzmuster des Doppelspalts.

Sie interferieren nach bekannten Maßstäben aus der Optik, sind dabei aber weder Teilchen nach Newton'scher Grundlage noch sind sie Wellen, sondern besitzen Wellencharakter und verteilen sich stochastisch, sodass sich nach einer Vielzahl von auftreffenden Elektronen auf einer Fotoplatte ein Interferenzmuster bildet.

Aufgabe III d – Schülerlösung 6

Raum für Korrekturen

Lässt man Licht auf einen Doppelspalt fallen, so ist von Anfang an klar, was zu erwarten ist: Nämlich ein Interferenzmuster. Wenn man jedoch eine einzelne Lichtwelle betrachtet, so ist unmöglich vorhersagbar, durch welchen Spalt des Doppelspaltes die Welle gehen wird, dies kann man in Einsteins Aussage als Momentanwert bezeichnen. Als Mittelwert lässt sich dann das Interferenzmuster betrachten nämlich dort wo am meisten Lichtwellen auftreffen entsteht ein Maximum. Dieses Interferenzmuster ist vorhersagbar, es ist jedoch nicht vorhersagbar, durch welchen Spalt es geht bzw. wo eine einzelne Lichtwelle auftrifft.

Das Interferenzmuster zeigt lediglich, auf welchem Teil des Schirms die größte Intensität ist und wo keine ist, dies ist mit einem Mittelwert der Intensität zu betrachten.

Wenn man monochromatisches Licht verwendet, bedeutet dies, dass alle Lichtwellen immer die gleiche Frequenz haben.

Überträgt man dies mit dem Beschuss von Elektronen auf z.B. einen Doppelspalt, so ist es wichtig, dass die Elektronen immer Gleiche Wellenlänge haben.

Die Wellenlänge variiert, indem man nach De-Broglie mit

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v} \text{ die Geschwindigkeit der Elektronen verändert. Da die}$$

Geschwindigkeit der einzige veränderbare Faktor in dieser Gleichung ist, da h und m_E konstant sind hängt die De-Broglie-Wellenlänge nur von deren Geschwindigkeit, die wiederum von der Beschleunigungsspannung U_B abhängt.

Versucht man nun mit diesen Elektronen ein Interferenzmuster an einem Doppelspalt zu erhalten, so ist es wichtig dass die Geschwindigkeit von ihnen und damit die Wellenlänge konstant ist. Ansonsten wird das Interferenzmuster verfälscht indem die Wellenlänge variiert (Winkel α ändert sich, da sich

$$\sin \alpha = \frac{k \cdot \lambda}{g} \text{ ändert, wenn } \lambda \text{ nicht konstant ist)}$$

Da Licht immer die Gleiche Geschwindigkeit ($c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$) hat,

kann man die Wellenlänge nur durch Änderung der Frequenz verändern ($\lambda = \frac{c}{f}$). Also bedeutet monochromatisches Licht, Licht mit konstanter Frequenz sein muss.

Aufgabe III d – Schülerlösung 7

Raum für Korrekturen

Bei einem Doppelspaltexperiment mit Licht ist ein Interferenzmuster zu erkennen. Einstein meint möglicherweise, dass dieses Muster nur die Überlagerung von sehr vielen Einzelimpulsen ist, die solch ein Muster zuerst nicht vermuten lassen. So ist z.B. bei Elektronen erst bei sehr vielen Impulsen ein Interferenzmuster zu erkennen. Möglicherweise passiert es bei Licht genauso. Jedoch ist Licht so schnell, dass es uns immer nur möglich ist „zeitliche Mittelwerte“ zu begutachten. Für „Momentanwerte“ wäre eine Aufnahmemethode nötig, die in der Größenordnung von Lichtgeschwindigkeit läge (von der Geschwindigkeit her).

Monochromatisches Licht ist einfarbiges Licht. Einfarbiges Licht hat dieselbe Wellenlänge und dieselbe Frequenz. Deshalb sind dann auch einzelne Maxima erkennbar und nicht Spektren wie z.B. bei Gittern. Bei Elektronen muss man darauf achten, dass sie dieselbe kinetische Energie haben, da davon ihre Wellenlänge abhängt (de Broglie: $\lambda = \frac{h}{p}$ mit $p = m \cdot v$).

Von ihrer Wellenlänge hängt der Ort der Maxima ab. Bei unterschiedlichen Wellenlängen gibt es lauter unterschiedliche Maxima. Somit verwischt das Interferenzmuster und man kann nichts erkennen. Deshalb nimmt man monochromatisches Licht oder analog gleichschnelle Elektronen.