

Arbeitsblatt 6: **Beweis der Ableitung von $f(x) = \frac{1}{x}$**

Ziel: Zur Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{x}$ soll die Ableitung hergeleitet und bewiesen werden.

1. Differenzenquotient an der Stelle x :

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

2. Der Funktionsterm von $f(x)$ wird eingesetzt

$$= \frac{\frac{\quad}{\quad} - \frac{1}{x}}{h}$$

3. Vereinfachen dieses Bruchtermes.

a) Die Brüche werden auf den Hauptnenner $(x+h) \cdot x$ gebracht, damit sie subtrahiert werden können.

$$= \frac{\frac{\quad}{(x+h) \cdot x} - \frac{1}{(x+h) \cdot x}}{h}$$

b) Die Brüche im Zähler werden auf einen Bruchstrich zusammengefasst

$$= \frac{\frac{-\left(\quad + \quad\right)}{(x+h) \cdot x}}{h}$$

c) Der Zähler wird vereinfacht

$$= \frac{\frac{(x+h) \cdot x}{h}}{h}$$

d) Durch die Zahl h wird dividiert, indem man mit der Kehrzahl multipliziert

$$= \frac{-h}{(x+h) \cdot x} \cdot \frac{1}{h}$$

e) Es wird mit h gekürzt.

$$= \frac{-1}{(x+h) \cdot x}$$

4. Der Grenzwert des Differenzenquotienten für $h \rightarrow 0$ kann jetzt bestimmt werden. Der Grenzwert existiert und es gilt:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{(x+h) \cdot x} = \frac{-1}{x^2}$$

Ende des Beweises