

Beurteilende Statistik

Wahrscheinlichkeitsrechnung und **Beurteilende Statistik** - was ist der Unterschied zwischen den beiden Bereichen?

In der **Wahrscheinlichkeitstheorie** werden aus gegebenen Wahrscheinlichkeiten andere Wahrscheinlichkeiten berechnet, in der **Statistik** werden aus Beobachtungen Wahrscheinlichkeiten geschätzt.

Dies soll am Beispiel „Werfen einer Münze“ verdeutlicht werden:

Wenn bekannt ist, mit welcher Wahrscheinlichkeit p bei einer Münze Zahl fällt, kann man die Wahrscheinlichkeit eines vorgegebenen Ereignisses berechnen.

In der Praxis ist jedoch p oft nicht bekannt. Man müsste die Münze so lange werfen, bis sich die relative Häufigkeit für Zahl hinreichend stabilisiert hat. Da dies aber sehr zeitaufwendig ist, gibt es eine andere Methode. Man vergleicht die Münze mit einer idealen Münze (bei der beide Seiten die gleiche Wahrscheinlichkeit haben).

Bei einer idealen Münze ist beispielsweise die Wahrscheinlichkeit, dass bei 50 Würfeln weniger als 15mal oder öfter als 35mal Zahl auftritt, ungefähr 0,0026, also etwa nur 0,26%.

Zum Vergleich dazu wirft man die vorgelegte Münze 50mal. Tritt dabei Zahl weniger als 15mal oder öfter als 35mal auf, so gibt es zwei Möglichkeiten der Interpretation:

1. Die Münze ist in Wirklichkeit ideal, das Ergebnis ist durch Zufall so unwahrscheinlich.
2. Die Münze ist nicht ideal und man erhält dieses Ergebnis, weil bei ihr für die Wahrscheinlichkeit

$$p \text{ für Zahl } p \neq \frac{1}{2} \quad (p < 0,5 \text{ oder } p > 0,5) \text{ gilt.}$$

In der **Beurteilenden Statistik** versucht man, aus den bei mehrmaligen Durchführungen eines Zufallsexperimentes aufgetretenen Ergebnissen auf die unbekannte, dem Zufallsexperiment tatsächlich zugrundeliegende Wahrscheinlichkeitsverteilung zu schließen.

Festlegung einer Zufallsvariablen X :

$X=0$ sei Zahl, d.h. $P(X=0) = p$ und $X=1$ sei Wappen, d.h. $P(X=1) = q = 1-p$.

Die Münze wird n -mal geworfen, es wird jedes Mal das Ergebnis notiert.

Ein einzelnes beobachtetes Ergebnis heißt **Realisierung von X** ,

jede einzelne Realisierung heißt **Stichprobenwert**.

Die gesamten Beobachtungsergebnisse bilden eine **Stichprobe vom Umfang n** .

Testen von Hypothesen

Was ist ein Test?

Ein **Test** ist ein Verfahren, mit dem man anhand von Beobachtungen eine begründete Entscheidung über die Gültigkeit oder Ungültigkeit einer Vermutung trifft. **Hypothesen** sind Annahmen bzw. Vermutungen über Zusammenhänge von interessierenden Sachverhalten.

Im Mathematikunterricht ist eine **Hypothese** eine Vermutung über die (unbekannte) Treffer-Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses bzw. Stichprobenergebnisses. In einem Test werden zwei Hypothesen gegeneinander ausgespielt: Die **Nullhypothese** und die **Gegenhypothese** oder **Alternativhypothese**. Man wählt i.a. als Alternativhypothese das, was man vermutet und bestätigt haben will und als Nullhypothese das, was abgelehnt werden soll.

Hypothesen der Form $H: p=p_0$ (die durch genau einen Wert festgelegt sind) heißen **einfache** Hypothesen, Hypothesen der Form $p \neq p_0$ heißen **zusammengesetzte** Hypothesen.

In einem **Test** soll geprüft werden, ob die Hypothese, die man gemacht hat, zutreffend ist oder nicht. Dazu macht man ein Experiment und stellt fest, ob die Beobachtungen mit der Hypothese vereinbar sind oder nicht. Man kann dabei wie bei allen Problemen in der Statistik keine 100%ige Aussage über die Wahrheit einer Hypothese machen, sondern nur mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit. Die Nullhypothese wird überprüft und der Ablehnungsbereich für den Extremfall bestimmt.

Durchführung eines Tests:

p ist die unbekannte WS für ein bestimmtes Ereignis E .

H ist die zulässige Hypothese, die Menge aller Werte, die p annehmen kann

$H_0: p=p_0$ ist die **Nullhypothese**, dies ist eine ausgezeichnete Teilmenge von H (Wert(e), die man für p vermutet).

H_1 ist die **Gegenhypothese** oder auch Alternativ-Hypothese mit $H_1 = H \setminus H_0$

Beispiele von Hypothesen:

Zwei einfache Hypothesen: $H_0: p=p_0$ und $H_1: p=p_1$ (Alternativtest)

Zusammengesetzte, ungerichtete Hypothesen: $H_0: p=p_0$ und $H_1: p \neq p_0$ (Zweiseitiger Test)

Zusammengesetzte, gerichtete Hypothesen: $H_0: p=p_0$ und $H_1: p < p_0$ (Linksseitiger Test)

Zusammengesetzte, gerichtete Hypothesen: $H_0: p=p_0$ und $H_1: p > p_0$ (Rechtsseitiger Test)

X ist die Zufallsvariable dafür, wie oft das Ereignis E , über dessen Wahrscheinlichkeit eine Aussage gemacht werden soll, bei n Zufallsexperimenten eintritt.

X nimmt Werte aus $M = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ an und ist dann B_{n,p_0} -verteilt.

K Die Menge der Werte von X , bei deren Eintreten H_0 nicht abgelehnt wird.

$\bar{K}$: **Ablehnungsbereich** von H_0 , d.h. die Menge der Werte von X , bei deren Eintreten H_0 abgelehnt wird

$$M = K \cup \bar{K}$$

Entscheidungsregel: Wie wählt man den Ablehnungsbereich $\bar{K}$ bzw. den Nichtablehnungsbereich K für H_0 ?

$X \in K$: H_0 wird nicht abgelehnt

$X \in \bar{K}$: H_0 wird abgelehnt

Dabei gibt es folgende Möglichkeiten:

	Annahme von H_0	Ablehnung von H_0
H_0 wahr	Richtig	Falsch (Fehler 1. Art)
H_0 falsch, d.h. H_1 wahr	Falsch (Fehler 2. Art)	Richtig

Fehler 1. Art: H_0 wird abgelehnt, obwohl H_0 wahr ist

Risiko 1. Art: Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 1. Art = $P(X \in \bar{K}) = \alpha$

Fehler 2. Art: H_0 wird angenommen, obwohl H_0 falsch ist.

Risiko 2. Art: Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 2. Art = $P(X \in K) = \beta$

Falls das Risiko 1. Art höchstens gleich einer vorgegebenen Zahl $0 < \alpha < 1$ sein soll, so heißt α **Irrtumswahrscheinlichkeit**. Die Irrtumswahrscheinlichkeit ist also die Wahrscheinlichkeit, mit der man die Hypothese H_0 verwirft, obwohl sie wahr ist. Sie gibt die Wahrscheinlichkeit an, mit der das Stichprobenergebnis im Ablehnungsbereich liegt, und beträgt daher höchstens α .

Die maximale Irrtumswahrscheinlichkeit heißt **Signifikanzniveau**.

Fehler 1. Art: Unter der Annahme, dass H_0 gilt, bestimmt α den Verwerfungsbereich.

Fehler 2. Art: Unter der Annahme, dass H_1 gilt, bestimmt β den Annahmebereich der Alternative.

Beide Fehler beurteilen die Qualität eines Tests.

1. Die **Entscheidungsregel** ist **vorgegeben**, d.h. K und $\bar{K}$ sind bekannt:

Je größer K gewählt wird, desto kleiner ist das Risiko 1. Art, da man bei großem K die wahre Hypothese H_0 (H_0 ist wahr beim Risiko 1. Art) nur selten ablehnen wird.

Die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 1. Art ist also gering.

Dagegen wird bei großem K für H_0 das Risiko zweiter Art groß, da die wahre Hypothese H_1 (H_1 ist wahr beim Risiko 2. Art) nur selten angenommen wird.

Die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 2. Art ist also groß.

2. Die **Entscheidungsregel** ist **nicht vorgegeben**, d.h. K und $\bar{K}$ sind nicht bekannt:

K und $\bar{K}$ werden dann festgelegt durch die Vorgabe der **Irrtumswahrscheinlichkeit** α , d.h. das Risiko 1. Art soll höchstens gleich α sein.

$$P(X \in \bar{K}) \leq \alpha \quad (\text{bzw. } P(X \in K) > \beta = 1 - \alpha) \quad \text{unter der Voraussetzung, dass } H_0 \text{ wahr ist}$$

Dabei kann man das Signifikanzniveau wählen:

Entscheidet man sich für das 5% - Niveau und ist $\alpha \leq 5\%$, dann muss man H_0 verwerfen.

Ist $\alpha > 5\%$, so wird man in der Regel H_0 nicht verwerfen.

Allerdings ist ein α -Wert zwischen 5% und 10% noch „verdächtig“.

Die Annahme oder Ablehnung von H_0 bedeutet nicht, dass H_0 wahr oder falsch ist, sondern nur, dass diese Entscheidung unter den gegebenen Umständen die zweckmäßigste war.

Man unterscheidet zwei Arten von Tests:

1. Signifikanztest

Bei diesem Test entscheidet man über nur eine Hypothese, ob diese wahr oder falsch ist.

Dabei gibt es drei Typen:

- | | |
|--|--|
| a) $H_0: p=p_0$ oder $H_1: p \neq p_0$ | zweiseitiger Test |
| b) $H_0: p=p_0$ oder $H_1: p < p_0$ | einseitiger und einfacher (linksseitiger) Test |
| $H_0: p=p_0$ oder $H_1: p > p_0$ | einseitiger und einfacher (rechtsseitiger) Test |
| c) $H_0: p \leq p_0$ oder $H_1: p > p_0$ oder
$H_0: p \geq p_0$ oder $H_1: p < p_0$ | einseitiger und zusammengesetzter Test |

Risiko 1. Art = $P(X \in \bar{K})$

Risiko 2. Art = $P(X \in K)$

(es wird jeweils $p=p_0$ verwendet)

(i.a. nicht berechenbar, denn falls beim Signifikanztest H_1 wahr ist, so hat man für p keinen festen Wert zur Verfügung und kann deshalb das Risiko 2. Art i.a. nicht berechnen, es sei denn, es sind ein oder mehrere Werte von p dafür vorgegeben.)

2. Alternativtest:

Bei diesem Test entscheidet man sich zwischen zwei Hypothesen.

$H_0: p=p_0$ oder $H_1: p=p_1$

Risiko 1. Art = $P(X \in \bar{K})$

Risiko 2. Art = $P(X \in K)$

($p=p_0$ muss bei der Berechnung verwendet werden)

($p=p_1$ muss bei der Berechnung verwendet werden)

Beispiele:

1. Einseitiger (rechtsseitiger) Signifikanztest

Bei einem idealen Würfel ist die Wahrscheinlichkeit für „Werfen einer 6“ $p = \frac{1}{6}$.

Von einem Würfel wird behauptet, dass $p > \frac{1}{6}$ gilt.

Diese Behauptung ist die Alternative zum Normalfall $H_0: p = \frac{1}{6}$.

Die Nullhypothese $H_0: p = \frac{1}{6}$ wird geprüft, indem sechsmal gewürfelt wird.

H_0 wird abgelehnt, wenn deutlich mehr Sechsen fallen als zu erwarten sind.

Wie muss eine Entscheidungsregel aussehen, damit das Risiko 1. Art höchstens 10% ist?

$$H_0: p = \frac{1}{6} \quad \text{oder} \quad H_1: p > \frac{1}{6}$$

X sei die Zufallsvariable für die Anzahl der 6en mit den Werten aus $M = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Die Zufallsvariable X ist $B_{6; \frac{1}{6}}$ - verteilt:

1. Entscheidungsregel:

$X \in \{0, 1\} = K$ H_0 wird nicht abgelehnt, wenn man keine oder eine 6 würfelt

$X \in \{2, 3, 4, 5, 6\} = \bar{K}$ H_0 wird abgelehnt, wenn man 2 oder mehr 6en würfelt.

Risiko 1. Art: $P(X \in \bar{K}) = 1 - P(X \in K) = 1 - (P(X=0) + P(X=1)) \approx 26\% > 10\%$.

2. Entscheidungsregel:

$X \in \{0, 1, 2\} = K$ H_0 wird nicht abgelehnt, wenn man keine, eine oder zwei 6en würfelt

$X \in \{3, 4, 5, 6\} = \bar{K}$ H_0 wird abgelehnt, wenn man 3 und mehr 6en würfelt.

Risiko 1. Art: $P(X \in \bar{K}) = 1 - P(X \in K) = 1 - (P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)) \approx 6\% < 10\%$.

Die zweite Entscheidungsregel muss gewählt werden.

2. Einseitiger (linksseitiger) Signifikanztest

Bei dem in 1. Beispiel genannten Würfel wird nun behauptet, dass $p < \frac{1}{6}$ gilt.

Diese Behauptung ist die Alternative zum Normalfall $H_0: p = \frac{1}{6}$.

Die Nullhypothese $H_0: p = \frac{1}{6}$ wird geprüft, indem 300mal gewürfelt wird.

$$H_0: p = \frac{1}{6} \quad \text{oder} \quad H_1: p < \frac{1}{6}$$

Das Signifikanzniveau wird mit 5% vorgegeben.

Damit die Irrtumswahrscheinlichkeit höchstens 5% beträgt, ist die kleinste Zahl a gesucht mit $P(X \geq a) > 5\%$, bei der also 5% überschritten wird. Dann ist $[0; c-1]$ der Ablehnungsbereich, denn es gilt $P(X < a) < 5\%$.

In diesem Fall ist $a=40$, der Ablehnungsbereich ist also $[0; 39]$

Zusammenfassung:

Bei einem **einseitigen Signifikanztest zum Testen einer Nullhypothese $H_0: p = p_0$** mit dem Stichprobenumfang n und dem Signifikanzniveau (der maximalen Irrtumswahrscheinlichkeit) α nimmt man als Testvariable X die Trefferzahl für die Parameter n und p_0 . X ist dann B_{n,p_0} – verteilt.

Die Art des Ablehnungsbereichs wird der Alternativhypothese entnommen:

$H_1: p < p_0$ Es liegt ein **linksseitiger** Test mit Ablehnungsbereich $[c-1; n]$ vor.

Den Ablehnungsbereich bestimmt man, indem man aus der Tabelle der kumulierten Wahrscheinlichkeiten von X die kleinste Zahl c herausucht, für die $P(X \leq c) > \alpha$ (denn dann gilt $P(X > c-1) \leq \alpha$)

Die Irrtumswahrscheinlichkeit (die WS, mit der H_0 verworfen wird, obwohl H_0 wahr ist), also die Wahrscheinlichkeit für den Ablehnungsbereich

(das Risiko 1. Art) berechnet sich durch $P(X \leq c-1) = \sum_{i=0}^{c-1} i$.

$H_1: p > p_0$ Es liegt ein **rechtsseitiger** Test mit Ablehnungsbereich $[c; n]$ vor.

Die Wahrscheinlichkeit für den Ablehnungsbereich (das Risiko 1. Art) berechnet sich durch $P(X \geq c)$

Den Ablehnungsbereich bestimmt man, indem man aus der Tabelle der kumulierten Wahrscheinlichkeiten von X die kleinste Zahl c herausucht, für die $P(X \leq c) > 100\% - \alpha$

Die Irrtumswahrscheinlichkeit (die WS, mit der H_0 verworfen wird, obwohl H_0 wahr ist), also Wahrscheinlichkeit für den Ablehnungsbereich

(das Risiko 1. Art) berechnet sich durch $P(X \geq c) = \sum_{i=c}^n i = 1 - P(X \leq c-1) = 1 - \sum_{i=0}^{c-1} i$.

3. Zweiseitiger Signifikanztest

Eine Urne hat 10 gleichartige Kugeln. Über den Inhalt ist lediglich bekannt, dass jede Kugel entweder schwarz oder weiß ist. Man darf 5 Kugeln ziehen mit Zurücklegen und soll sich entscheiden, ob gleich viele schwarze und weiße Kugeln in der Urne sind oder nicht.

p sei die Wahrscheinlichkeit eine weiße Kugel zu ziehen.

Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der gezogenen weißen Kugeln an: $X \in \{0,1,2,3,4,5\}$.

Es gilt die Vermutung, dass die Anzahl der schwarzen und weißen Kugeln gleich sei:

$$H_0: p = \frac{1}{2} \quad \text{oder} \quad H_1: p \neq \frac{1}{2}$$

Falls H_0 abgelehnt wird, so weiß man nichts über p , außer dass $p \neq \frac{1}{2}$.

Man wird H_0 ablehnen, wenn sich beim Ziehen „zu wenige“ oder „zu viele“ weiße Kugeln ergeben.

1. Entscheidungsregel:

$X \in \{2,3\} = K$ H_0 wird nicht abgelehnt, wenn man 2 oder 3 weiße Kugeln zieht

$X \in \{0,1\} \cup \{4,5\} = \bar{K}$ H_0 wird abgelehnt, wenn man 0,1,4 oder 5 weiße Kugeln zieht.

Fehler 1. Art: H_0 wird abgelehnt, obwohl H_0 wahr ist.

$$\text{Risiko 1. Art} = P(X \in \bar{K}) = P(X \in \{0,1\} \cup \{4,5\}) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=4) + P(X=5) = \\ 1 - (P(X=2) + P(X=3)) = 0,375.$$

d.h. mit einer Wahrscheinlichkeit von 37,5% wird H_0 abgelehnt, obwohl H_0 wahr ist.

Fehler 2. Art: H_0 wird nicht abgelehnt, obwohl H_0 falsch ist.

$$H_0: p = \frac{1}{2} \text{ ist falsch, d.h. } p \in \{0, \frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \frac{3}{10}, \frac{4}{10}\} \cup \{\frac{6}{10}, \frac{7}{10}, \dots, \frac{10}{10}\}$$

Risiko 2. Art: Das Risiko 2. Art = $P(X \in K)$ muss für jedes p berechnet werden.

Für $p=0$ (nur schwarze Kugeln) ist $P(X \in \{2,3\}) = 0$

Für $p=1$ (nur weiße Kugeln) ist $P(X \in \{2,3\}) = 0$

Für $p=0,1$ (eine weiße Kugeln) ist $P(X \in \{2,3\}) = 0,081$

Für $p=0,2$ (zwei weiße Kugeln) ist $P(X \in \{2,3\}) = 0,256$

Für $p=0,3$ (3 weiße Kugeln) ist $P(X \in \{2,3\}) = 0,441$

Für $p=0,4$ (4 weiße Kugeln) ist $P(X \in \{2,3\}) = 0,576$

Für $p=0,6$ (6 weiße Kugeln) ist $P(X \in \{2,3\}) = 0,576$

Für $p=0,7$ (7 weiße Kugeln) ist $P(X \in \{2,3\}) = 0,441$

Für $p=0,8$ (8 weiße Kugeln) ist $P(X \in \{2,3\}) = 0,256$

Für $p=0,9$ (9 weiße Kugeln) ist $P(X \in \{2,3\}) = 0,081$

2. Entscheidungsregel:

$X \in \{1,2,3,4\} = K$ H_0 wird nicht abgelehnt, wenn man 1,2,3 oder 4 weiße Kugeln zieht

$X \in \{0,5\} = \bar{K}$ H_0 wird abgelehnt, wenn man 0 oder 5 weiße Kugeln zieht.

d.h. H_0 wird seltener abgelehnt.

Fehler 1. Art: H_0 wird abgelehnt, obwohl H_0 wahr ist.

Risiko 1. Art $= P(X \in \bar{K}) = P(X \in \{0,5\}) = P(X=0) + P(X=5) = 0,0625$

d.h. mit einer Wahrscheinlichkeit von 6,25% wird H_0 abgelehnt, obwohl H_0 wahr ist.

Fehler 2. Art: H_0 wird nicht abgelehnt, obwohl H_0 falsch ist.

$H_0: p = \frac{1}{2}$ ist falsch, d.h. $p \in \{0, \frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \frac{3}{10}, \frac{4}{10}\} \cup \{\frac{6}{10}, \frac{7}{10}, \dots, \frac{10}{10}\}$

p	Risiko	2.Art
0	0	0
0,1	0,4095	0,081
0,2	0,672	0,256
0,3	0,8295	0,441
0,4	0,912	0,576
0,6	0,912	0,576
0,7	0,8295	0,441
0,8	0,672	0,256
0,9	0,4095	0,081
1	0	0
	2.Entscheidungs- regel	1.Entscheidungs- regel

Interpretation:

Falls H_0 extrem falsch ist, (z.B. $p=0,1$), so ist die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler zweiter Art viel kleiner als wenn H_0 „nicht so falsch“ ist (z.B. $p=0,4$); d.h. wenn H_0 extrem falsch ist, wird man dies mit dem Test eher bemerken.

Fazit:

Bei einem Signifikanztest hängt das Risiko zweiter Art von p ab.

Das Risiko erster Art lässt sich verringern, wenn man H_0 nur ablehnt, wenn das Ziehungsergebnis in bedeutsamer „signifikanter“ Weise der Hypothese widerspricht.

3. Alternativtest

Eine Urne enthält 10 gleichartige Kugeln. Bekannt ist, dass davon entweder 4 weiß und 6 schwarz oder umgekehrt 6 weiß und 4 schwarz sind. Man darf 5 Kugeln mit Zurücklegen ziehen und soll sich dann entscheiden, ob man den Urneninhalt für überwiegend weiß oder überwiegend schwarz hält.

p sei die Wahrscheinlichkeit, eine weiße Kugel zu ziehen.

Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der gezogenen weißen Kugeln an: $X \in \{0,1,2,3,4,5\}$

Die Nullhypothese sagt, dass es 4 weiße und 6 schwarze Kugeln sind: $H_0: p=0,4$

Die Alternativhypothese sagt, es sind 6 weiße und 4 schwarze: $H_1: p=0,6$

Man wird sich für H_0 entscheiden, wenn unter den 5 gezogenen Kugeln mehr schwarze sind und für H_1 , wenn mehr weiße gezogen werden.

1. Entscheidungsregel:

$X \in \{0,1,2\} = K$ H_0 wird nicht abgelehnt, wenn man 0,1 oder 2 weiße Kugeln zieht

$X \in \{3,4,5\} = \bar{K}$ H_0 wird abgelehnt, wenn man 3,4 oder 5 weiße Kugeln zieht.

Fehler 1. Art: H_0 wird abgelehnt, obwohl H_0 wahr ist.

$H_0: p=0,4$ ist die WS, eine weiße Kugel zu ziehen

Die Zufallsvariable X ist $B_{10;0,4}$ -verteilt

Risiko 1. Art $= P(X \in \bar{K}) = P(X \in \{3,4,5\}) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) = 0,3174$

d.h. mit einer Wahrscheinlichkeit von 31,7% wird H_0 abgelehnt, obwohl H_0 wahr ist.

Fehler 2. Art: H_0 wird nicht abgelehnt, obwohl H_0 falsch ist.

H_1 ist wahr: $p=0,6$

Die Zufallsvariable X ist $B_{10;0,6}$ -verteilt

Risiko 2. Art $= P(X \in K) = P(X \in \{0,1,2\}) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) = 0,3174$

d.h. mit einer Wahrscheinlichkeit von 31,7% wird H_1 abgelehnt, obwohl H_1 wahr ist
(bzw. H_0 nicht abgelehnt, obwohl H_0 falsch ist.)

2. Entscheidungsregel:

Vergrößert man den Nichtablehnungsbereich K für H_0 , so wird das Risiko 1. Art kleiner:

Wählt man beispielsweise $K = \{0,1,2,3\}$,

so ergibt sich für das Risiko 1. Art (mit $p=0,4$) $P(X \geq 4) = 0,087$

und für das Risiko 2. Art (mit $p=0,6$) $P(X < 4) = 0,663$

Eine Verringerung des Risikos 1. Art zieht eine Vergrößerung des Risikos 2. Art nach sich.

Eine Verringerung des Risikos 1. Art heißt, die Wahrscheinlichkeit H_0 abzulehnen, obwohl H_0 wahr ist, wird geringer. Dafür wird die Wahrscheinlichkeit, H_0 nicht abzulehnen, obwohl H_0 falsch ist, größer.

Vorgabe eines Signifikanzniveaus (z.B. $\alpha = 0,1 = 10\%$):

Die Irrtumswahrscheinlichkeit für einen Fehler erster Art soll höchstens $\alpha = 0,1 = 10\%$ betragen.

Bei der 1. Entscheidungsregel ist $P = 0,3174 > 0,1$,

bei der 2. Entscheidungsregel ist $P = 0,08704 < 0,1$,

Also muss man die zweite Entscheidungsregel wählen.