Binnendifferenzierung im Mathematik-Unterricht der SEK II

Ein Baustein kompetenzorientierten Unterrichtens

Eigentlich das letzte Beispiel!

Aufgabe 5.1 (3P):	**oder**	**Aufgabe 5.2 (5P):**
Gegeben sind die Gerade g und die Ebene E: g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad t \in IR$ E: $x_1 + x_2 = 4$ a)Untersuchen Sie die gegenseitige Lage von g und E. b)Verändern Sie einen Vektor in der Geradengleichung, so dass sich eine andere Lagebeziehung ergibt. Geben Sie an, welche Lagebeziehung nun vorliegt.		Bei der Untersuchung der gegenseitigen Lage einer Geraden g und einer Ebene E ergab sich folgende Gleichung: 12 + 3t + 12 – 2t + 8 + 16t = 45 a)Geben Sie je eine mögliche Gleichung für g und E an. b)Treffen Sie eine begründete Aussage über die gegenseitige Lage von g und E. c)Sind die Gerade g und die Ebene E eindeutig vorgegeben? Begründen Sie Ihre Antwort.

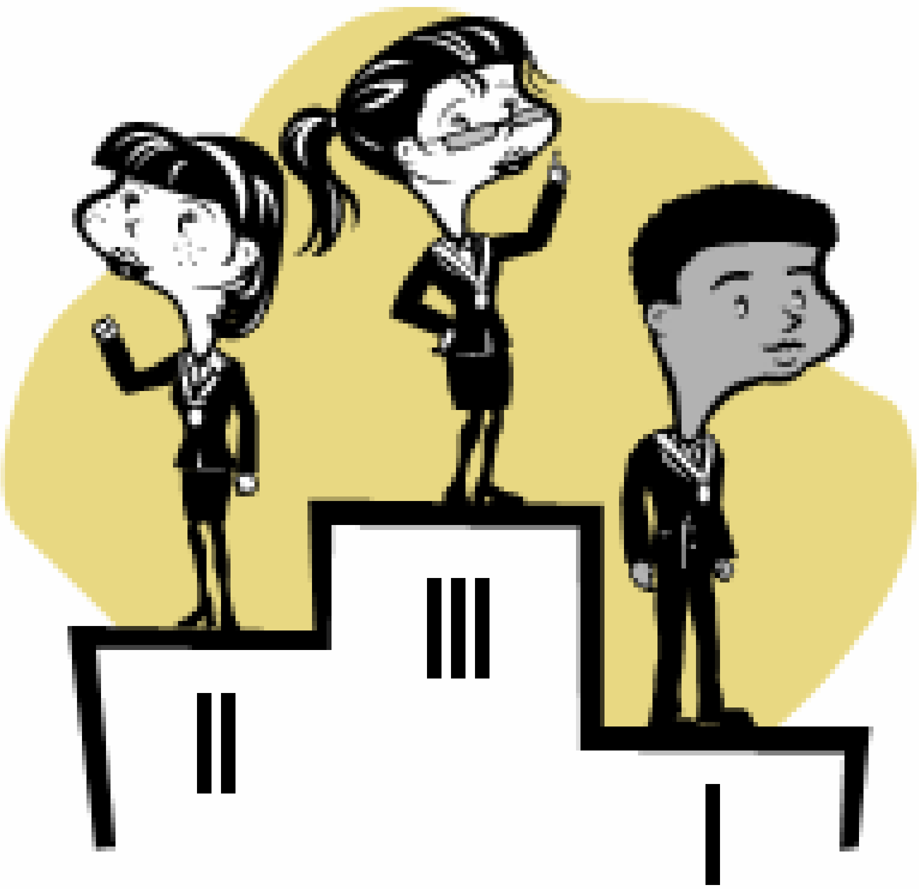
Geforderte Kompetenzen

Aufgabe 5.1 (3P):	oder	Aufgabe 5.2 (5P):
• Einfache Berechnung der Beziehung zwischen einer Gerade und einer Ebene. • Selbstständiges Angeben der Gleichung einer Geraden, die eine bestimmte, selbst gewählte Lage zu einer gegebenen Ebene einnimmt.		• Selbstständiges Aufstellen der Gleichungen von Geraden und Ebenen, die bestimmte Bedingungen erfüllen. • Analysieren der Lagebeziehung zwischen einer Geraden und einer Ebene. • Reflexion einer gefundenen Lösung.

Kompetenzstufen

Leitidee ZAHL:

„Den Begriff des Grenzwertes verstehen und erläutern“



Stufe A

Leitidee ZAHL:

- **Beispiele für konvergente und divergente Folgen angeben.**
- **Bei einfachen Folgen Konvergenz bzw. Divergenz erkennen.**

„Den Begriff des Grenzwertes verstehen und erläutern"

1 Geben Sie – ohne Nachweis – den Grenzwert der Folge an.

a) $a(n) = \frac{1}{n^2}$ b) $b(n) = \frac{6n}{2n-1}$ c) $c(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ d) $d(n) = 1 - \frac{1}{n}$

e) $e(n) = \frac{4n}{n+2}$ f) $f(n) = \frac{1-2n}{n}$ g) $g(n) = 1 + \frac{3n}{n+1}$ h) $h(n) = \frac{5 \cdot 2^n + 4}{3 \cdot 2^n}$

Aufgabe aus Lambacher Schweizer Mathematik für Gymnasien Kursstufe (2009), S. 180/1

Stufe B

Leitidee ZAHL:

- **Grenzwertsätze zum Nachweis und Bestimmen (auch) komplexerer Grenzwerte anwenden.**

„Den Begriff des Grenzwertes verstehen und erläutern“

15 Verknüpfen Sie die angegebenen Folgen mithilfe der Grundrechenarten (+, −, ·, :) zu neuen Folgen. Welche sind divergent, welche konvergent? Bestimmen Sie den Grenzwert der konvergenten Folgen. Welche Grenzwerte konnten Sie mithilfe der Grenzwertsätze ermitteln, welche nicht?

$a_n = \frac{1}{n+1}$ $\qquad c_n = -3;$ $\qquad e_n = 6 - n$

$b_n = (-1)^n;$ $\qquad d_n = 2n;$ $\qquad f_n = 3^n$

Aufgabe aus Fokus Mathematik Kursstufe Gymnasium Baden-Württemberg (2010), S. 28/15

Stufe C

Leitidee ZAHL:

- **Definition des Grenzwertes an Beispielen erläutern.**
- **Definition des Grenzwerts zum Nachweis der Existenz eines Grenzwerts anwenden.**

„Den Begriff des Grenzwertes verstehen und erläutern"

10 Weisen Sie mit der Definition des Grenzwertes nach, dass die Folge den Grenzwert g hat.

a) $a(n) = \frac{1}{n^2}$; $g = 0$ b) $b(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n$; $g = 0$ c) $c(n) = \frac{2n+1}{n+1}$; $g = 2$

Aufgabe aus Lambacher Schweizer Mathematik für Gymnasien Kursstufe (2009), S. 181/10

Kompetenzorientierte Binnendifferenzierung

1. Kompetenz(en) festlegen (Lehrer)
2. Stufung vornehmen (Lehrer)
3. Stufung offenlegen(Lehrer)
   Stufung wahrnehmen (Schüler)
4. Ziel anvisieren (Schüler)
5. Verantwortung übernehmen (Schüler)

Kompetenzstufen

Leitgedanke PROBLEMLÖSEN:

„Problemlösetechniken, -strategien und Heurismen kennen, anwenden und neuen Situationen anpassen“

Stufe A

Leitgedanke PROBLEMLÖSEN:

„Problemlösetechniken, -strategien und Heurismen kennen, anwenden und neuen Situationen anpassen“

- **Ausschließliche Berechnung des Schnittpunkts einer Geraden und einer Ebene.**

1 Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts von Ebene und Gerade.

a) $E\colon x_1 + x_2 + x_3 = 8$ $\qquad g\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

b) $E\colon x_1 - x_2 + 2x_3 - 2 = 0$ $\qquad g\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$

c) $E\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\qquad g\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

d) $E\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\qquad g\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Aufgabe aus Fokus Mathematik Kursstufe Gymnasium Baden-Württemberg (2010), S. 194/1

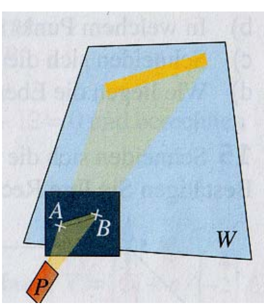
Stufe B

Leitgedanke PROBLEMLÖSEN:

- **Berechnen des Schnittpunkts Gerade / Ebene in einem komplexeren Zusammenhang.**

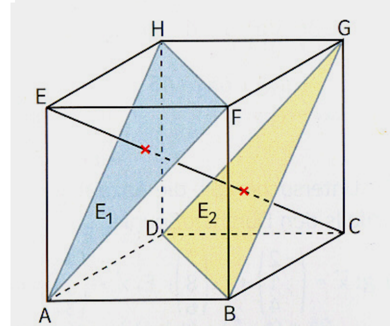
„Problemlösetechniken, -strategien und Heurismen kennen, anwenden und neuen Situationen anpassen“

11 Im Punkt $P(0|0|2)$ befindet sich eine punktförmige Lichtquelle, davor eine schlitzförmige Blende mit den Endpunkten $A(1|1|2)$ und $B(0|1|3)$. Wie lang ist das Bild dieses Schlitzes auf der gegenüberliegenden Wand W: $6x_1 + 5x_3 - 40 = 0$ (siehe Abbildung 193/1)?



Aufgabe aus Fokus Mathematik Kursstufe Gymnasium Baden-Württemberg (2010), S. 195/11

7 Der Würfel in Fig. 3 hat die Eckpunkte $A(0|0|0)$, $B(0|8|0)$, $C(-8|8|0)$, $E(0|0|8)$. Die Ebene E_1 ist durch die Punkte A, F und H, die Ebene E_2 durch die Punkte B, D und G festgelegt. Bestimmen Sie die Schnittpunkte der Geraden durch C und E mit den Ebenen E_1 und E_2.



Aufgabe aus Lambacher Schweizer Mathematik für Gymnasien Kursstufe (2009), S. 180/1

Stufe C

Leitgedanke PROBLEMLÖSEN:

- **Berechnung der Schnittpunkte einer Geraden mit einem neuen geometrischen Objekt.**

„Problemlösetechniken, -strategien und Heurismen kennen, anwenden und neuen Situationen anpassen“

Eine Kugel im Raum ist gegeben durch die Gleichung: $x_1^2 - 4x_1 + x_2^2 + 2x_2 + x_3^2 - 10x_3 = 6$

Berechnen Sie die Schnittpunkte dieser Kugel mit der Geraden g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 9 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$

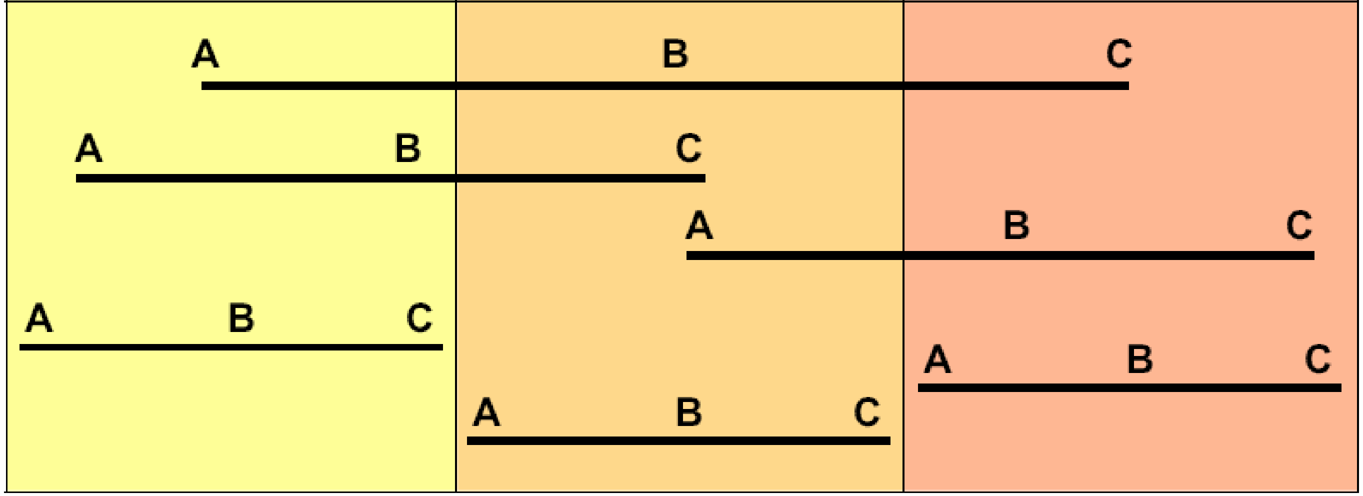
NIKOS

- Fichtenbestand in Deutschland
- Funktionen
- Heißluftballon

http://www.bildung-staerkt-menschen.de/unterstuetzung/schularten/Gym/niveaukonkretisierungen/M

Anforderungsbereiche und Niveaustufen

Anforderungsbereich I	**Anforderungsbereich II**	**Anforderungsbereich III**
- Wiedergabe von Begriffen und Sachverhalten unter Verwendung von gelernten und geübten Verfahrensweisen in einem begrenzten Gebiet.	- selbstständiges Bearbeiten bekannter Sachverhalte - selbstständiges Übertragen von Kenntnissen auf neue Fragestellungen oder Zusammenhänge	- Bearbeiten komplexer Gegebenheiten, um selbstständig zu Lösungen, Begründungen, Folgerungen und Wertungen zu gelangen



Arbeitsauftrag

Für die Fortbildungen

Formulieren Sie für eine Kompetenz aus den Bildungsstandards drei Kompetenzstufen und geben hierzu passende Aufgaben an.

Leitidee ALGORITHMUS: „zusammengesetzte Funktionen ableiten“

Für heute

Diskutieren Sie die Eignung der in den Standards formulierten Kompetenzen als Grundlage für den nebenstehenden Arbeitsauftrag.

Anforderungsbereich I

- Verfügbarkeit von Daten, Fakten, Regeln, Formeln, mathematischen Sätzen usw. aus einem abgegrenzten Gebiet im gelernten Zusammenhang
- Beschreibung und Verwendung gelernter und geübter Arbeitstechniken und Verfahrensweisen in einem begrenzten Gebiet und in einem wiederholenden Zusammenhang

Anforderungsbereich II

- selbstständiges Auswählen, Anordnen, Verarbeiten und Darstellen bekannter Sachverhalte in einem durch Übung bekannten Zusammenhang
- selbstständiges Übertragen des Gelernten auf vergleichbare neue Situationen (veränderte Fragestellungen, veränderte Sachzusammenhänge, abgewandelte Verfahrensweisen)

Anforderungsbereich III

- planmäßiges und kreatives Bearbeiten komplexerer Problemstellungen
- bewusstes und selbstständiges Auswählen und Anpassen geeigneter gelernter Methoden und Verfahren in neuartigen Situationen