

Thema der Unterrichtseinheit: Beweisen in der Analytischen Geometrie

Methode: Abgestufte Hilfestellung

Zeitbedarf: 20 Minuten

Anzahl der Abstufungen: 3

Stufe	Kompetenzerwerb
	Leitidee: Vernetzung; „mithilfe von Vektoren beweisen“
A	• Teilschritte eines Beweises in die richtige Reihenfolge bringen • Einen Beweis nachvollziehen • Alternative Beweisverfahren kennen
B	• Beweisansätze nachvollziehen und Beweislücken schließen • Alternative Beweisverfahren kennen
C	• Einen Beweis selbstständig führen • Alternative Beweisverfahren kennen

Bemerkungen

Auf der höchsten Niveaustufe wird von den Schülern ein eigenständiger Beweis eines geometrischen Sachverhalts verlangt. Für welche der ihnen bekannten Beweisstrategien sie sich entscheiden, bleibt ihnen überlassen.

Auf den anderen Stufen können die Schüler eine vorgegebene Beweisstrategie auswählen und erhalten bei Bedarf Hilfestellung in Form eines Lückentextes oder in Form von Puzzleteilen, die in die richtige Reihenfolge gebracht werden müssen.

Den Schülern wird vermittelt, auf welcher Niveaustufe sie arbeiten.

Integrationsphase / Sicherung und Vertiefung

Alternativ:

- Selbstständiger Ergebnisvergleich anhand eines Lösungsblattes
- Schülervortrag ; ggf. anschließendes Nachfragen

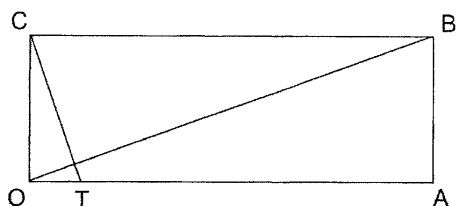
Aufgabe

Abitur BW 2009, Aufgabe II.2

Das Rechteck OABC ist dreimal so lang wie breit.

Für den Punkt T gilt $\vec{OT} = \frac{1}{9} \vec{OA}$.

Zeigen Sie, dass die Strecken OB und TC orthogonal sind.



	Aufgabenstellung
A1	Beweis mit Hilfe des Skalarprodukts ohne Einführung von Koordinaten / Beweispuzele Sortieren Sie Voraussetzung und Behauptung aus und bringen Sie die Beweisschritte in die richtige Reihenfolge. $\vec{OB} = \vec{OA} + \vec{AB} = \vec{OA} + \vec{OC}$ Viereck OABC ist ein Rechteck, d. h. $\vec{OA} = 3 \cdot \vec{OC}$ $= 0 + \frac{1}{9} \cdot \vec{OA} ^2 - \vec{OC} ^2 + 0$ zeige: $\vec{OB} \cdot \vec{CT} = 0$ $\vec{OB} \cdot \vec{CT} = (\vec{OA} + \vec{OC}) \cdot \left(-\vec{OC} + \frac{1}{9} \cdot \vec{OA}\right)$ OA ist dreimal so lang wie OC, d. h. $\vec{OB} \perp \vec{CT}$ $\vec{CT} = \vec{CO} + \vec{OT} = -\vec{OC} + \frac{1}{9} \cdot \vec{OA}$ $\vec{OA} \perp \vec{OC}$ $= \frac{1}{9} \cdot (3 \cdot \vec{OC})^2 - \vec{OC} ^2 = 0$ $\vec{OT} = \frac{1}{9} \cdot \vec{OA}$ $\vec{OA} = \vec{CB}$ $= -\vec{OA} \cdot \vec{OC} + \frac{1}{9} \cdot (\vec{OA})^2 - (\vec{OC})^2 + \frac{1}{9} \cdot \vec{OC} \cdot \vec{OA}$ $\vec{OC} = \vec{AB}$
B1	Beweis mit Hilfe des Skalarprodukts ohne Einführung von Koordinaten / Lücken schließen Schließen Sie die Lücken in folgendem Beweis und führen Sie ihn zu Ende. <u>Voraussetzung:</u> Viereck OABC ist ein Rechteck, d. h. $\vec{OA} \perp \underline{\hspace{1cm}}$ und $\vec{OA} = \underline{\hspace{1cm}}$ und $\underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ OA ist dreimal so lang wie OC, d. h. $\underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ $\vec{OT} = \underline{\hspace{1cm}}$ <u>Behauptung:</u> $\vec{OB} \perp \vec{CT}$ <u>Beweis:</u> zeige: $\underline{\hspace{1cm}}$ $\vec{OB} = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = \vec{OA} + \vec{OC}$ $\vec{CT} = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = -\vec{OC} + \underline{\hspace{1cm}} \vec{OA}$ $\vec{OB} \cdot \vec{CT} = (\underline{\hspace{1cm}}) \cdot (\underline{\hspace{1cm}}) = \dots$

A2	Beweis mithilfe des Skalarprodukts und Einführung von Koordinaten / Beweispuzele Sortieren Sie Voraussetzung und Behauptung aus und bringen Sie die Beweisschritte in die richtige Reihenfolge $\vec{OB} \cdot \vec{CT} =$ $\vec{CT} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ zweidimensionales Koordinatensystem mit Ursprung O $\vec{OB} = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix}$ T(1 0), A(9 0), B(9 3), C(0 3) $\vec{OB} \perp \vec{CT}$ $\begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} = 0$ zeige: $\vec{OB} \cdot \vec{CT} = 0$
B2	Beweis mithilfe des Skalarprodukts und Einführung von Koordinaten / Lücken schließen Schließen Sie die Lücken in folgendem Beweis und führen Sie ihn zu Ende. <u>Voraussetzung:</u> zweidimensionales Koordinatensystem mit Ursprung __, T(), A(), B(), C() <u>Behauptung:</u> _____ <u>Beweis:</u> zeige: _____ $\vec{OB} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}, \vec{CT} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$ $\vec{OB} \cdot \vec{CT} = \dots$
C	Ursprüngliche Aufgabe unverändert