

|                                                                                                   |                        |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| Thema der Unterrichtseinheit: Schnittwinkel                                                       |                        |
| Methode: Gruppenpuzzle /<br>Differenzierung über den<br>Schwierigkeitsgrad der<br>Expertengruppen | Zeitbedarf: 90 Minuten |
| Anzahl der Abstufungen: 3                                                                         |                        |

| Stufe | Kompetenzerwerb                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|       | Leitidee Raum und Form: „geometrische Objekte im Raum vektoriell bzw. analytisch beschreiben und ihre Lagebeziehung analysieren“                                                                                                                                                              |
| A     | <ul style="list-style-type: none"> <li>die Formel für den Winkel zwischen Vektoren bei der Berechnung des Schnittwinkels von Geraden selbstständig anwenden</li> <li>die Lage von Schnittwinkeln an Modellen beschreiben</li> <li>die Formeln zur Schnittwinkelberechnung anwenden</li> </ul> |
| B     | <ul style="list-style-type: none"> <li>die Lage von Schnittwinkeln an geeigneten Skizzen beschreiben</li> <li>die Formel zur Berechnung des Schnittwinkels von zwei Ebenen mit Hilfe herleiten</li> <li>die Formeln für die Schnittwinkel begründen und anwenden</li> </ul>                   |
| C     | <ul style="list-style-type: none"> <li>die Formeln zur Schnittwinkelberechnung selbstständig herleiten</li> <li>die Formeln zur Schnittwinkelberechnung begründen und anwenden</li> <li>verschiedene Wege zur Winkelberechnung entwickeln und beurteilen</li> </ul>                           |

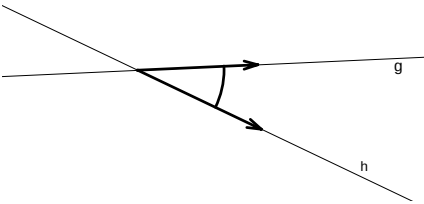
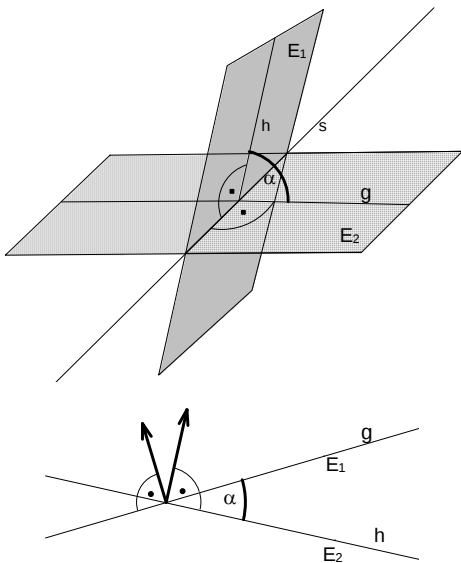
### Bemerkungen

Die Binnendifferenzierung erfolgt im Rahmen dieses Gruppenpuzzles auf folgende Weise:

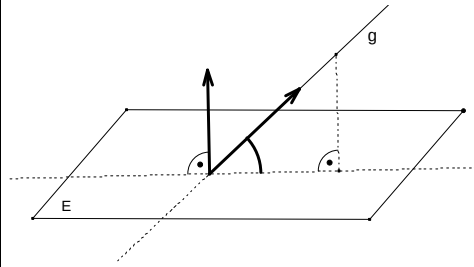
- Der Schwierigkeitsgrad der drei Fälle und damit der Themen für die Expertengruppen differiert. Die Lehrkraft berücksichtigt dies bei der gezielten Einteilung der Expertengruppen.
- Der Informationsgehalt der bereitgestellten Skizzen zur Beschreibung der Lage der Schnittwinkel ist gestuft.
- Die Schüler können nach Bedarf Modelle als weitere Hilfsmittel einsetzen.
- Zusatzaufgabe in der Stammgruppenphase zu alternativen Lösungswegen

### Integrationsphase / Sicherung und Vertiefung

- Ergebnisvergleich mit der Formelsammlung bzw. dem Schulbuch
- Stammgruppenphase
- Besprechung im Plenum: Aufgabe 2 der Stammgruppen (ggf. Schülervortrag zum alternativen Vorgehen)

| Gruppenpuzzle                                                                                       | Aufgaben für die Expertengruppen                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>A</b></p>    | <p><b>Schnittwinkel zwischen zwei Geraden</b></p> <p><u>Information:</u> Unter dem Schnittwinkel verstehen wir immer den kleineren der beiden Winkel, die beim Schnitt von 2 Geraden entstehen.</p> <p><u>Aufgabe:</u></p> <p>a) Zeigen Sie, dass sich die Geraden g und h schneiden und bestimmen Sie den Schnittwinkel von g und h.</p> $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}; \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}; \quad r, s \in \mathbb{R}$ <p>b) Geben Sie eine Formel an, mit der sich der Schnittwinkel von zwei sich schneidenden Geraden direkt berechnen lässt.</p> <p>c) Untersuchen Sie an zwei selbst gewählten Beispielen, ob ihre Formel auch gültig ist, wenn sich die Geraden orthogonal schneiden bzw. wenn der Schnittwinkel <math>0^\circ</math> beträgt.</p> |
| <p><b>B</b></p>  | <p><b>Schnittwinkel zwischen zwei Ebenen</b></p> <p><u>Information:</u> Unter dem Schnittwinkel zwischen zwei Ebenen verstehen wir immer einen Winkel der kleiner oder gleich <math>90^\circ</math> ist.</p> <p><u>Aufgabe:</u></p> <p>In der Skizze ist der Schnittwinkel zwischen zwei sich schneidenden Ebenen eingetragen.</p> <p>a) Beschreiben Sie zunächst mit Worten die Lage des Schnittwinkels von zwei Ebenen.</p> <p>b) Geben Sie eine Formel zur direkten Berechnung des Schnittwinkels an.</p> <p>c) Vergleichen Sie nun ihre Formeln mit den Formeln aus dem Buch. Diskutieren Sie: Kann man auf die Betragsstriche in der Formel auch verzichten?</p> <p>d) Wenden Sie Ihre Formel zur Berechnung des Winkels der Ebenen <math>E_1: -2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0</math> und <math>E_2: 4x_1 + x_2 + 2x_3 = 4</math> an.</p>                                                                                         |

C

**Schnittwinkel zwischen Gerade und Ebene**

Information: Unter dem Schnittwinkel zwischen einer Geraden und einer Ebene verstehen wir immer einen Winkel der kleiner oder gleich  $90^\circ$  ist.

Aufgabe:

In der Skizze ist der Schnittwinkel zwischen einer Geraden und einer Ebene eingetragen.

- Beschreiben Sie zunächst mit Worten die Lage des Schnittwinkels von Gerade und Ebene.
- Geben Sie eine Formel zur direkten Berechnung des Schnittwinkels an.
- Vergleichen Sie nun ihre Formeln mit den Formeln aus dem Buch. Diskutieren Sie: Kann man auf die Betragsstriche in der Formel auch verzichten?
- Wenden Sie Ihre Formel zur Berechnung des Winkels auf die Ebene E:  $2x_1 - x_2 + x_3 = 2$  und die Gerade g:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}; r \in \mathbb{R} \text{ an.}$$

**Aufgaben für die Stammgruppen**

alle

- Expertenbericht:  
Für jeden der drei Fälle erläutert der jeweilige Experte an einer Skizze und ggf. am Modell die Lage des Schnittwinkels und das Vorgehen zu seiner Berechnung. Wenden Sie die Formel jeweils auf ein selbst gewähltes Beispiel an.
- Lösen Sie nun gemeinsam folgende Aufgabe:  
Die Grundkanten einer regelmäßigen Pyramide mit quadratischer Grundfläche betragen 6 LE, die Höhe der Pyramide 5 LE. Berechnen Sie den Winkel zwischen
  - zwei benachbarten Seitenkanten.
  - zwei benachbarten Seitenflächen.
  - der Grundfläche und einer Seitenfläche.

Zusatzaufgabe: Gelingt Ihnen die Lösung der Aufgabe 2 auch ohne Vektorrechnung?